

Übungsbuch Mathematik für Fachschule Technik  
und Berufskolleg

Heinz Rapp  
Jörg Matthias Rapp

# Übungsbuch Mathematik für Fachschule Technik und Berufskolleg

Anwendungsorientierte Aufgaben mit ausführlichen Lösungen

**4., überarbeitete und erweiterte Auflage**



Springer Vieweg

**Heinz Rapp, Jörg Matthias Rapp**  
Winterbach, Deutschland

ISBN 978-3-658-07787-7      ISBN 978-3-658-07788-4 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-658-07788-4

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer Fachmedien Wiesbaden 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Lektorat: Thomas Zipsner

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media  
([www.springer.com](http://www.springer.com))

## Vorwort

---

Mathematische Grundkenntnisse lassen sich durch ständiges Üben und Wiederholen festigen. Dem vielfachen Wunsch, für das Lehrbuch „Mathematik für die Fachschule“ ein Lösungsbuch bereitzustellen, in dem der Lösungsweg mit allen Zwischenschritten dargelegt ist, wird mit diesem Übungsbuch entsprochen. Die ausführlichen Lösungen der Aufgaben sind in diesem Buch enthalten. Gleichzeitig wurden noch neue Aufgaben hinzugenommen.

Das Übungsbuch hat das Ziel, vielen, die aus der Mathematik Lücken mitbringen, zu einem besseren mathematischen Verständnis zu verhelfen.

Bei dem Gebrauch des Buches wird empfohlen, die Aufgaben erst selbst mit einem eigenen Lösungsweg zu lösen. Vielfach wird sich zeigen, dass es auch noch andere Lösungswege gibt, als sie in diesem Buch dargelegt sind.

Das Buch kann hilfreich sein für die Vorbereitung auf Klausuren und Prüfungen. Da der Stoff bis zur Hochschulreife und teilweise darüber hinaus geht, kann es auch eine Hilfe sein für die Anfangssemester in den verschiedenen Studiengängen einer Hochschule.

Wir wünschen allen Benutzern ein gutes Arbeiten mit diesem Buch und einen guten Erfolg insbesondere auch beim Selbststudium.

Stuttgart, im Mai 2015

Heinz Rapp  
Jörg Matthias Rapp

## Ein besonderes Wort des Dankes an ...

---

- den Verlag für die Neugestaltung des Buches.
- Herrn Dipl.-Ing. *Thomas Zipsner* vom Lektorat des Verlages, der durch seine wertvollen mathematischen Hinweise sehr zum Gelingen des Buches beigetragen hat.

# Inhaltsverzeichnis

---

## I Algebra

1	<b>Elementare Rechenoperationen</b> .....	3
1.1	<b>Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division</b> .....	3
1.2	<b>Potenzen, Wurzeln und Logarithmen</b> .....	5
2	<b>Algebraische Gleichungen</b> .....	13
2.1	<b>Lineare Gleichungen</b> .....	13
2.2	<b>Quadratische Gleichungen</b> .....	23
2.3	<b>Wurzelgleichungen</b> .....	30
3	<b>Ungleichungen</b> .....	39
3.1	<b>Einfache lineare Ungleichungen</b> .....	39
3.2	<b>Bruchungleichungen</b> .....	41
4	<b>Lineare Gleichungssysteme</b> .....	43
4.1	<b>Konventionelle Lösungsverfahren</b> .....	43
4.2	<b>Gauß'sches Eliminationsverfahren (Gauß'scher Algorithmus)</b> .....	51
4.3	<b>Determinantenverfahren für Gleichungssysteme mit drei Variablen</b> .....	57
5	<b>Lineares Optimieren</b> .....	63
6	<b>Exponential- und Logarithmusgleichungen</b> .....	75
6.1	<b>Exponentialgleichungen</b> .....	75
6.2	<b>Logarithmusgleichungen</b> .....	81

## II Geometrie

7	<b>Längenberechnungen am Dreieck</b> .....	87
7.1	<b>Ähnlichkeitssätze (Strahlensätze)</b> .....	88
7.2	<b>Pythagoras</b> .....	99
8	<b>Trigonometrie</b> .....	121
8.1	<b>Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck</b> .....	121
8.2	<b>Winkelfunktionen am schiefwinkligen Dreieck</b> .....	137
9	<b>Analytische Geometrie</b> .....	157
9.1	<b>Geraden und Strecken</b> .....	157
9.2	<b>Kreis und Gerade</b> .....	159

10	<b>Flächenberechnung (Planimetrie)</b> .....	169
10.1	<b>Geradlinig begrenzte Flächen</b> .....	169
10.2	<b>Kreisförmig begrenzte Flächen</b> .....	175
11	<b>Volumenberechnung (Stereometrie)</b> .....	199
11.1	<b>Prismatische Körper</b> .....	199
11.2	<b>Pyramidenförmige und kegelförmige Körper</b> .....	207
11.3	<b>Kugelförmige Körper</b> .....	217
<b>III</b>	<b>Differentialrechnung</b>	
12	<b>Funktionen und Relationen</b> .....	229
12.1	<b>Ganzrationale Funktionen</b> .....	229
12.2	<b>Gebrochenrationale Funktionen</b> .....	239
12.3	<b>Exponentialfunktionen</b> .....	241
12.4	<b>Trigonometrische Funktionen</b> .....	243
13	<b>Differentiation elementarer Funktionen</b> .....	249
13.1	<b>Nullstellen und Extremstellen ganzrationaler Funktionen</b> .....	249
13.2	<b>Nullstellen und Extremstellen von Exponentialfunktionen</b> .....	251
14	<b>Allgemeine Ableitungsregeln</b> .....	253
14.1	<b>Produktregel</b> .....	253
14.2	<b>Quotientenregel</b> .....	257
14.3	<b>Kettenregel</b> .....	260
14.4	<b>Logarithmische Ableitung</b> .....	264
15	<b>Anwendung der Differentialrechnung auf ganzrationale Funktionen</b> .....	267
15.1	<b>Tangente und Normale</b> .....	267
15.2	<b>Kurvendiskussion</b> .....	273
15.3	<b>Funktionssynthese</b> .....	282
15.4	<b>Extremwertaufgaben</b> .....	293
16	<b>Newton'sches Näherungsverfahren</b> .....	311
16.1	<b>Ganzrationale Funktionen</b> .....	311
16.2	<b>Trigonometrische Funktionen</b> .....	314
16.3	<b>Exponentialfunktionen</b> .....	315
17	<b>Gebrochenrationale Funktionen</b> .....	319
18	<b>Trigonometrische Funktionen</b> .....	325
18.1	<b>Kurvendiskussion</b> .....	325
18.2	<b>Funktionssynthese</b> .....	333

18.3	<b>Extremwertaufgaben</b> .....	334
19	<b>Exponentialfunktionen</b> .....	335
19.1	<b>Kurvendiskussion</b> .....	335
19.2	<b>Funktionsgleichungen aus Vorgaben</b> .....	344
<b>IV</b>	<b>Integralrechnung</b>	
20	<b>Flächenberechnung mit Hilfe der Integralrechnung</b> .....	349
20.1	<b>Ganzrationale Funktionen</b> .....	349
20.2	<b>Trigonometrische Funktionen</b> .....	354
20.3	<b>Exponentialfunktionen</b> .....	359
21	<b>Vertiefung der Differential- und Integralrechnung</b> .....	363
22	<b>Rotationsvolumen</b> .....	371
22.1	<b>Rotation um die <math>x</math>-Achse</b> .....	371
22.2	<b>Rotation um die <math>y</math>-Achse</b> .....	373
<b>V</b>	<b>Vektorrechnung</b>	
23	<b>Vektoroperationen (Vektoralgebra)</b> .....	379
23.1	<b>Vektorbetrag, Addition, Subtraktion</b> .....	379
23.2	<b>Produkte von Vektoren</b> .....	385
24	<b>Analytische Geometrie auf Vektorbasis</b> .....	389
24.1	<b>Geraden</b> .....	389
24.2	<b>Ebenen</b> .....	392
25	<b>Anwendungen der Vektorrechnung</b> .....	395
<b>VI</b>	<b>Komplexe Rechnung</b>	
26	<b>Komplexe Arithmetik</b> .....	405
27	<b>Anwendungen der komplexen Rechnung</b> .....	415
<b>Serviceteil</b>		
	<b>Sachverzeichnis</b> .....	420