FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES – 1ère ES/L

ÉQUATION D'UNE DROITE ET SIGNE D'UNE EXPRESSION AFFINE

Soient $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ deux points tels que $x_A \neq x_B$.

La droite (AB) a pour équation $y=ax+b$ avec $a=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.

Pour déterminer b , on résout l'équation $y_A=a x_A+b$ ou l'équation $y_B=a x_B+b$.

Si $a\neq 0$, on a :

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		Signe de $-a$	0	Signe de a	

TAUX D'ÉVOLUTION

- **<u>Calcul d'un taux :</u> Une quantité évolue d'une valeur initiale y_1 à une valeur finale y_2 .**

  Le taux d'évolution t de y_1 à y_2 est $t=\dfrac{y_2-y_1}{y_1}$.

- **<u>Appliquer un taux :</u> Faire subir une évolution de taux t , c'est multiplier une quantité par le <u>coefficient multiplicateur</u> $1+t$.**

- **<u>Calcul du taux réciproque :</u> Si une quantité subit une évolution de taux $t\neq -1$, l'évolution réciproque de taux t' vérifie $t'=\dfrac{1}{1+t}-1$.**

- **<u>Calcul d'un indice :</u> y_1 et y_2 sont deux valeurs d'une même grandeur.**

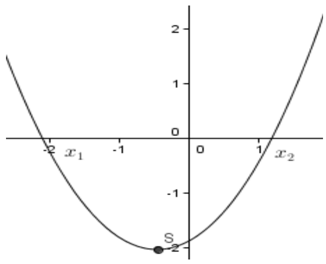
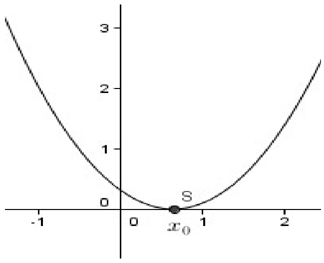
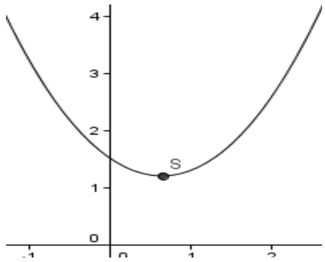
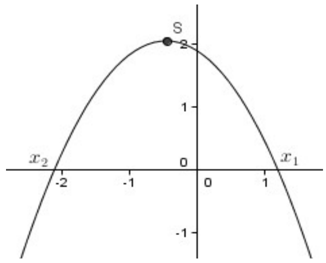
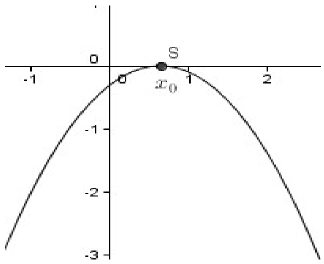
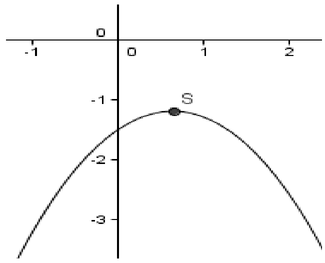
  Définir l'<u>indice base 100</u> de cette grandeur correspondant à y_1 , c'est associer à y_1 la valeur $I_1=100$. Par proportionnalité, on a donc $I_2=100\times\dfrac{y_2}{y_1}$.

- **<u>Calcul du taux global :</u> Si une quantité subit n évolutions de taux respectifs t_1 , t_2 , …, t_n , alors le taux <u>global</u> T vérifie $T=(1+t_1)(1+t_2)\ldots(1+t_n)-1$.**

POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ

$\boldsymbol{P(x)=a\,x^2+b\,x+c}$ **(avec** $\boldsymbol{a\neq 0}$ **)**

- **Discriminant :** $\boldsymbol{\Delta=b^2-4\,a\,c}$
- **Forme canonique :** $\boldsymbol{P(x)=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a}}$
- **Coordonnées du sommet :** $\boldsymbol{S\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)}$

<table>
<tr><th></th><th>$\boldsymbol{\Delta>0}$</th><th>$\boldsymbol{\Delta=0}$</th><th>$\boldsymbol{\Delta<0}$</th></tr>
<tr><td>Solutions de l'équation $a\,x^2+b\,x+c=0$</td><td>$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et
$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$</td><td>$x_0=-\frac{b}{2a}$
(racine double)</td><td>Pas de solution</td></tr>
<tr><td>Factorisation de $a\,x^2+b\,x+c$</td><td>$a(x-x_1)(x-x_2)$</td><td>$a(x-x_0)^2$</td><td>Pas de factorisation</td></tr>
<tr><td>Représentation graphique quand $a>0$</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Représentation graphique quand $a<0$</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Signe de $a\,x^2+b\,x+c$</td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>x_1</td><td></td><td>x_2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$P(x)$</td><td></td><td>signe de a</td><td>0</td><td>signe de $-a$</td><td>0</td><td>signe de a</td><td></td></tr></table>
(en notant x_1 la plus petite racine)</td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>x_0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$P(x)$</td><td></td><td>signe de a</td><td>0</td><td>signe de a</td><td></td></tr></table></td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$P(x)$</td><td></td><td>signe de a</td><td></td></tr></table></td></tr>
</table>

STATISTIQUES

Valeur du caractère	x_1	x_2	...	x_p
Effectif	n_1	n_2	...	n_p

- **Effectif total :** $N=n_1+n_2+...+n_p=\sum_{i=1}^{p} n_i$
- **Fréquence de la valeur x_i :** $f_i=\frac{n_i}{N}$
- **Mode :** C'est la valeur la plus fréquente.
- **Moyenne :** $\bar{x}=\frac{n_1x_1+n_2x_2+...+n_px_p}{N}=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_ix_i}{N}$ ou $\bar{x}=f_1x_1+f_2x_2+...+f_px_p=\sum_{i=1}^{p} f_ix_i$
- **Variance :** $V=\frac{n_1(x_1-\bar{x})^2+n_2(x_2-\bar{x})^2+...+n_p(x_p-\bar{x})^2}{N}=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_i(x_i-\bar{x})^2}{N}$ ou

  $V=\frac{n_1x_1^2+n_2x_2^2+...+n_px_p^2}{N}-\bar{x}^2=\frac{\sum_{i=1}^{p} n_ix_i^2}{N}-\bar{x}^2$
- **Écart-type :** $\sigma=\sqrt{V}$

Pour la médiane et les quartiles : On suppose que les valeurs de la série d'effectif N sont rangées par ordre croissant (chacune d'elles étant répétée autant de fois que son effectif) : $x_1\leq x_2\leq...\leq x_N$.

- **Médiane :**
  - Si N est impair, $Me=x_{\frac{N+1}{2}}$ (c'est le terme de rang $\frac{N+1}{2}$)
  - Si N est pair, $Me=\frac{x_{\frac{N}{2}}+x_{\frac{N}{2}+1}}{2}$ (c'est la moyenne des termes de rang $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2}+1$)
- **Premier quartile :** Le premier quartile Q_1 de la série est la valeur x_i dont l'indice i est le plus petit entier supérieur ou égal à $\frac{N}{4}$.
- **Troisième quartile :** Le troisième quartile Q_3 de la série est la valeur x_i dont l'indice i est le plus petit entier supérieur ou égal à $\frac{3N}{4}$.
- **Écart interquartile :** $E_i=Q_3-Q_1$
- **Étendue :** C'est la différence entre les valeurs extrêmes de la série : la plus grande moins la plus petite.

DÉRIVÉES

- **Dérivées usuelles**

D_f	$f(x)=$	$D_{f'}$	$f'(x)=$
$\mathbb{R}$	k (constante)	$\mathbb{R}$	0
$\mathbb{R}$	x	$\mathbb{R}$	1
$\mathbb{R}$	x^2	$\mathbb{R}$	$2x$
$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$	$\frac{1}{x}$	$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$	$-\frac{1}{x^2}$
$\mathbb{R}$	x^n (avec $n\in\mathbb{N}^*$)	$\mathbb{R}$	$n\,x^{n-1}$
$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$	$\frac{1}{x^n}$ (avec $n\in\mathbb{N}^*$)	$]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$

- **Opérations sur les dérivées**

$f(x)=$	$f'(x)=$
$k\,u(x)$ (avec k constante)	$k\,u'(x)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+v'(x)u(x)$
$\frac{1}{v(x)}$	$-\frac{v'(x)}{[v(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-v'(x)u(x)}{[v(x)]^2}$

SUITES NUMÉRIQUES

	Suites arithmétiques	**Suites géométriques**
u_{n+1} en fonction de u_n	$u_{n+1}=u_n+r$	$u_{n+1}=u_n\times q$
Terme général à partir de u_0	$u_n=u_0+nr$	$u_n=u_0\times q^n$
Terme général à partir de u_1	$u_n=u_1+(n-1)r$	$u_n=u_1\times q^{n-1}$
Terme général à partir de u_p	$u_n=u_p+(n-p)r$	$u_n=u_p\times q^{n-p}$

LOI DE BERNOULLI ET LOI BINOMIALE

Soit $p \in [0;1]$ et n un entier naturel non nul :

Loi de Bernoulli	Loi binomiale
$P(X=0)=1-p$ $P(X=1)=p$ $E(X)=p$ $V(x)=p(1-p)$ $\sigma(X)=\sqrt{p(1-p)}$	Pour tout k entier tel que $0 \leqslant k \leqslant n$: $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$ $E(X)=np$ $V(X)=np(1-p)$ $\sigma(X)=\sqrt{np(1-p)}$

Utilisation de la calculatrice :

	Texas Instruments	Casio
Calcul de $\binom{20}{5}$	« math », « PRB », « Combinaison » : **20 Combinaison 5**	« OPTN », « ► » (F6), « PROB », « nCr » : **20 nCr 5**
Si $X \sim B(20;0{,}6)$, calcul de $P(X=7)$	« distrib » (« 2nde », puis « var »), « binomFdp » : **binomFdp(20,0.6,7)**	« DIST » (« OPTN », « STAT », « DIST »), « BINM » : **binomialPD(7,20,0.6)**
Si $X \sim B(20;0{,}6)$, calcul de $P(X \leqslant 7)$	« distrib » (« 2nde », puis « var »), « binomFdp » : **binomFrép(20,0.6,7)**	« DIST » (« OPTN », « STAT », « DIST »), « BINM » : **binomialCD(7,20,0.6)**