



# Fiche récapitulative des notions de Mathématiques

## THEOREME DE PYTHAGORE

<b>Th</b>	Si ABC est un triangle rectangle en A Alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$
-----------	---

## THEOREME DE THALES

<b>Th</b>	Si deux droites (AB) et (AC) sont sécantes en A et sont coupées par (MN) // (BC) Alors on a 3 rapports de longueurs qui sont égaux soit $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$
-----------	--

## TRIGONOMETRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

	<b>S</b> inus d'un angle = $\frac{\text{côté } \mathbf{O}pposé}{\mathbf{H}ypothénuse}$	<b>SOH</b>
	<b>C</b> osinus d'un angle = $\frac{\text{côté } \mathbf{A}djacent}{\mathbf{H}ypothénuse}$	<b>CAH</b>
	<b>T</b> angente d'un angle = $\frac{\text{côté } \mathbf{O}pposé}{\text{côté } \mathbf{A}djacent}$	<b>TOA</b>
	Sinus et le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1	
<b>Prop 1</b>	$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	
<b>Prop 2</b>	$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	

## DROITES ET SEGMENTS

(AB) droite      [AB] segment      [AB] demi-droite      AB longueur

## CERCLE

**Corde d'un cercle** : segment dont les extrémités sont sur ce cercle

**Arc de cercle** : portion de cercle limitée par 2 points de ce cercle

**Tangente d'un cercle** : droite ayant un seul point commun avec un cercle (perpendiculaire au rayon)

**Cercle circonscrit à un triangle** : cercle passant par les 3 sommets du triangle

## ANGLES

**Angle aigu** :  $\widehat{ABC} < 90^\circ$

**Angle obtus** :  $90^\circ < \widehat{ABC} < 180^\circ$

**Angle saillant** :  $\widehat{ABC} > 180^\circ$

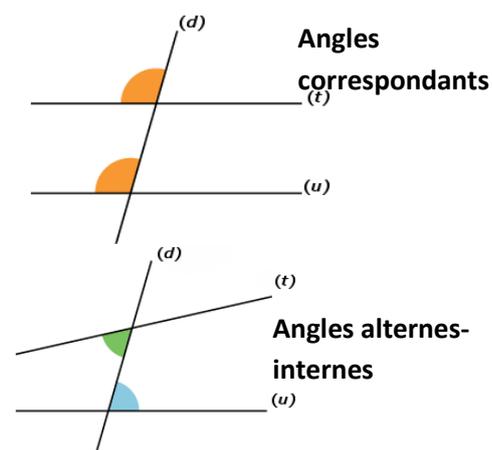
**Angle rentrant** :  $\widehat{ABC} > 180^\circ$

**Angles complémentaires** : la somme de leur mesure est égale à  $90^\circ$

**Angles supplémentaires** : la somme de leur mesure est égale à  $180^\circ$

**Angles adjacents** : ils ont un sommet et un côté en commun

**Bissectrice d'un angle** est une droite qui par le sommet de l'angle et qui partage l'angle en deux angles égaux



## TRIANGLES

La **somme des angles** d'un triangle est  $180^\circ$ .

La **hauteur** : droite perpendiculaire à un côté et passant par le sommet opposé

La **médiane** : droite qui passe par le milieu d'un côté et par le sommet opposé

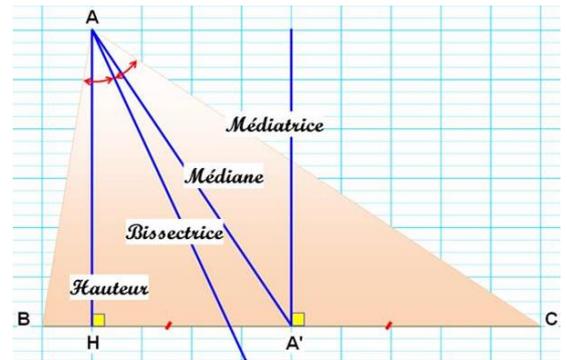
La **médiatrice** : médiatrice de l'un de ses côtés

La **bissectrice** : bissectrice de l'un de ses angles

Le triangle **isocèle** : triangle avec deux côtés de même longueur.

Les angles de la base sont égaux.

Le triangle **équilatéral** : triangle qui a trois côtés de même longueur. Les 3 angles sont égaux.



## TRANSFORMATIONS

**Symétrie axiale** : symétrie orthogonale par rapport à une droite

Le **symétrique d'une figure F** par rapport à une droite (d) est l'**ensemble (F')** de toutes les images des points de F par cette symétrie.

Propriétés : conservation de l'alignement, des longueurs, du milieu, des angles, du parallélisme et de la perpendicularité

**Symétrie centrale** : symétrie par rapport à un point

Le **symétrique d'une figure F** par rapport à un point est l'**ensemble (F')** de toutes les images des points de F par cette symétrie.

Propriétés : conservation de l'alignement, des longueurs, du milieu, des angles, du parallélisme et de la perpendicularité. L'image d'une droite par rapport à un point est **une droite parallèle**.

## AGRANDISSEMENT ET REDUCTIONS

On multiplie toutes les longueurs d'une figure par un coefficient  $k$  positif.

Si  $k > 1$  = agrandissement

Si  $k < 1$  = réduction

**Propriétés** : L'agrandissement et la réduction conservent les angles, l'alignement, le parallélisme, le milieu d'un segment.

## SYSTEME DE NUMERATION

Exemple Base 6 : seulement chiffres de 0 à 5

Base 6 > la base 10

$6^2$	$6^1$	$6^0$
2	3	5

$$\begin{aligned}235^6 &= 2 \times 6^2 + 3 \times 6^1 + 5 \times 6^0 \\ &= 2 \times 36 + 3 \times 6 + 5 \times 1 \\ &= 72 + 18 + 5 \\ &= 95 \text{ en base 10}\end{aligned}$$

Base 10 > base 5

$5^3 = 125$	$5^2 = 25$	$5^1 = 5$	$5^0 = 1$
3	2	3	2

$$\begin{aligned}442 &= \text{Dans } 442 \text{ on a } 3 \times 125 \text{ (reste } 67) \\ &= \text{Dans } 67 = 2 \times 25 \text{ (reste } 17) \\ &= \text{Dans } 17 = 3 \times 5 \text{ (reste } 2) \\ &= \text{Dans } 2 = 2 \times 1 \text{ (reste } 0) \\ &= 3232^5\end{aligned}$$

## CALCUL SUR NOMBRES RELATIFS

### Addition

**2 nombres de même signe, leur somme est de même signe**

$$(-a) + (-b) = (-c)$$

2 nombres sont de signes contraires, leur somme prend le signe du nombre qui a la plus grande valeur  $a + b = c$

### Soustraction

Soustraire un entier relatif, c'est **ajouter son opposé**

$$a - b = a + (-b)$$

### Multiplication

produit de deux entiers de **même signe est un entier positif** = (+) X (+) = (+) et (-) X (-) = (+)

$$a \times b = c$$

$$(-a) \times (-b) = c$$

produit de deux entiers de **signes contraires est négatif** = (+) X (-) = (-)

$$a \times (-b) = (-c)$$

### Division

Diviser c'est **multiplier par son inverse**  $a : b = a \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b}$

$$(-a) : (-b) = -a \times -\frac{1}{b} = \frac{a}{b}$$

$$(-a) : b = -a \times \frac{1}{b} = -\frac{a}{b}$$

## LES FRACTIONS

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

$$\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{c \times d}$$

$$\frac{a}{c} : \frac{b}{d} = \frac{a}{c} \times \frac{d}{b} = \frac{a \times d}{c \times b}$$

## LES PUISSANCES ET RACINES CARREES

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$10^{-4} = 0,0001$$

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$(a^n)^p = a^{n \times p}$$

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

## PRIORITES DANS LES CALCULS

1/ les parenthèses (on commence par les plus intérieures)

2/ les puiſſances et les racines carrées

3/ les multiplications et les divisions

4/ les additions et les soustractions

## CRITERES DE DIVISIBILITE

2 : se finit par chiffre **pair**

3 : la somme de ses chiffres est **divisible par 3**

4 : le nombre formé par ses **deux derniers chiffres est divisible par 4**

5 : se finit par **0 ou 5**

6 : divisible **par 2 ou 3**

8 : le nombre formé par ses **trois derniers chiffres est divisible par 8**

9 : la somme de ses chiffres est **divisible par 9**

10 : se finit **par 0**

11 : la différence entre la somme des chiffres des rangs pairs et la somme des chiffres des rangs impairs est multiple de 11

## DIVISEURS D'UN NOMBRE

Si  $n = a^p \times b^q \times c^r$  Alors le nombre de diviseurs est égal à  $(p+1) \times (q+1) \times (r+1)$

## PPCM

Tous les différents facteurs premiers avec **exposants les plus élevés**

$$72 = 2^3 \times 3^2 \quad \text{et}$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{PPCM}(72 ; 90) = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = 360$$

## PGCD

Tous les facteurs communs avec **exposants les plus petits**

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$98 = 2 \times 7^2$$

$$\text{PGCD}(42 ; 98) = 2 \times 7 = 14$$

## CALCUL LITTERAL

Propriété de distributivité simple  $a(b+c) = ab + ac$

Propriété de double distributivité  $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Identités remarquables  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

## FONCTIONS NUMERIQUES

Le **coefficient directeur** (pente) de la droite est a.

Si  $a > 0$  fonction **croissante**.

Si  $a < 0$  fonction **décroissante**

Fonctions linéaires :  $f(x) = ax$

La droite passe par l'origine. L'équation de la droite est  $y = ax$ .

Fonctions affines :  $f(x) = ax + b$

La droite ne passe pas par l'origine si  $b \neq 0$ . L'équation de la droite est  $y = ax + b$ .

Pour trouver l'équation d'une droite : remplacer les coordonnées de deux points (x ; y) et trouver les deux inconnues a et b dans les équations  $y=ax+b$ .

## PROBABILITES

Issue : résultat possible (lancer de dé = 6 issues)

Évènement : Ensemble des résultats pour une issue (lancer de dé = « obtenir un nombre pair »)

Propriété 1 : probabilité d'un évènement =  $\frac{\text{Nombre de résultats favorables à la réalisation de l'évènement}}{\text{Nombre de résultats possibles}}$

Propriété 2 : **probabilité comprise entre 0 et 1**

Propriété 3 : **la somme des probabilités** de toutes les issues d'une expérience aléatoire **est égale à 1**.

Propriété 4 : **L'évènement contraire à A est « non A »** On a  $p(A) + p(\text{non } A) = 1$   
donc probabilité de l'évènement contraire à **A est =  $1 - p(A)$**

## PROPORTIONNALITE

C'est l'égalité de deux rapports  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$   
a et d sont les **extrêmes** et b et c sont les **moyens**

Pour que 4 nombres forment une proportion, il faut que le produit des extrêmes soit égal au produit des moyens.

Si  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  alors  $ad = bc$

Dans une proportion, on peut intervertir les moyens, intervertir les extrêmes ou remplacer chaque rapport par son inverse

Si  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  alors  $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$  (rapport inversé)

alors  $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$  (extrêmes intervertis)

alors  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$  (moyens intervertis)

Deux suites sont proportionnelles si on peut passer de chaque terme de l'une au terme correspondant de l'autre suite par un même opérateur multiplicatif, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Il existe donc une **fonction linéaire** telle que  $f(x) = ax$ .

**Propriété 1 : Propriétés relatives à l'ordre**

Si le coefficient de proportionnalité est positif, la proportionnalité respecte l'ordre.

Si le coefficient de proportionnalité est négatif, la proportionnalité inverse l'ordre.

**Propriété 2 : Propriété additive de linéarité**

La somme de deux termes a pour image la somme des images.

**Propriété 3 : Propriété multiplicative de linéarité**

Le double, le triple (...) d'un nombre a pour image le double, le triple (...) de son image.

**Propriété 4 : Propriété des « rapports égaux »**

Tous les rapports obtenus en faisant le quotient d'un nombre de la 2ème suite par son image dans la 1ère suite sont égaux

**Propriété 5 : Propriété dite « du produit en croix »**

**Propriété 6 : Propriété des écarts**

## VITESSE

Pour calculer une distance parcourue  $d$

$$d = vt$$

Pour calculer la vitesse moyenne  $v$  sur le parcours considéré

$$v = \frac{d}{t}$$

Pour calculer la durée du parcours  $t$

$$t = \frac{d}{v}$$

## POURCENTAGE

**Pourcentage simple :**

Exemple : 20% d'un prix de 50 euros, soit 10 euros.

20 ( $p$ )	100
10 ( $x$ )	50 ( $a$ )

$$\underline{20\% \text{ de } 50 \text{ euros}} = 50 \times 0,2 \quad \text{soit } x = a \times \frac{p}{100}$$

$$\text{Calculer un pourcentage : } p = \frac{x \times 100}{a}$$

$$\text{Retrouver une quantité à laquelle a été appliqué un pourcentage : } a = \frac{x \times 100}{p}$$

**Augmentation et diminution en pourcentage :**

$$p\% = \frac{p}{100}$$

Valeur initiale	$p\%$	Résultat final
50 ( $a$ )	20%	60 ( $b$ )

$$\underline{\text{Total après } 20\% \text{ augmentation}} = 50 \times (1 + 0,2) \quad \text{soit } b = a \times \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

$$\underline{\text{Total après } 20\% \text{ diminution}} = 50 \times (1 - 0,2) \quad \text{soit } b = a \times \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

## ECHELLE

Si 1cm sur papier alors 250cm sur le terrain soit un coefficient de proportionnalité de 1/250.

## STATISTIQUES

**Population** : ensemble faisant l'objet d'une étude

**Individu** : élément de la population étudiée

**Caractère** : valeurs / aspects étudiés de cette population

**Effectif d'une valeur d'un caractère** : nombre d'individus ayant l'une des valeurs d'un caractère

**Fréquence d'une valeur d'un caractère** : quotient de l'effectif de cette valeur

**Paramètres de position** : caractérisent l'ordre de grandeur des données = **moyenne, médiane**

**Paramètres de dispersion** : caractérisent la façon dont les données se répartissent les unes par rapport aux autres = **étendue, quartiles**.

### Caractéristiques de position

**La moyenne** : valeur unique d'une série obtenu en ajoutant toutes les valeurs ensemble et en les divisant par l'effectif total de la série (caractère).

**La médiane** : nombre qui sépare la moitié des valeurs les plus basses de la moitié des valeurs les plus hautes. partage une population en 2 populations de même effectif.

Si effectif impair : nombre qui se trouve au milieu

Si effectif pair : moyenne des deux nombres qui se trouvent au milieu

### Caractéristiques de dispersion

**L'étendue** : différence entre la plus grande et la plus petite valeur d'une série.

**Le 1<sup>er</sup> quartile Q1** = plus petite valeur de la série telle que 25% des valeurs lui soient inférieures.

**Le 3<sup>ème</sup> quartile Q3** = plus petite valeur de la série telle que 75% des valeurs lui soient inférieures.