

**Nom**

**Prénom**

**Classe**

# **Ce qu'il faut retenir en mathématiques à la fin du collège**

## **Mode d'emploi :**

- chaque notion du collège est triée par thèmes. Il y a d'abord les connaissances de cours (en gras) puis des exemples.
- Il y a trois types de connaissances de cours :
  - des définitions : expliquer précisément le sens d'un mot
  - des propriétés ou formules : affirmations ou égalités toujours vraies
  - des méthodes : expliquer comment procéder
- les connaissances de cours qui seront à apprendre au cours de la classe de troisième sont en italique. Toutes les autres connaissances doivent être maîtrisées dès le début de l'année.

## Organisation de données

### Problèmes

	<b>Principe pour trouver un problème</b>	<p>Qu'est qui sert dans l'énoncé ? Que puis-je calculer avec mes données ? ...</p> <p>Est-ce utile ? Que me faudrait-il pour mon résultat ? Comment le trouver ?...</p> <p>Quelle formule peut servir ? On se pose des questions ...</p>
	<b>Principe pour rédiger un problème</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Lire et comprendre le problème</li> <li>2. Entourer les informations importantes</li> <li>3. Faire un schéma ou des calculs</li> <li>4. Ecrire la phrase réponse</li> </ol>
	Bill commence un livre qui a 188 pages. Il lit environ 30 lignes en une minute. Il décide de lire 20 minutes par jour. Il compte que chaque page a 77 lignes. Dans combien de semaines aura-t-il fini ?	<p>lignes du livre : <math>188 \times 77 = 14476</math> ; Chaque jour il lit : <math>20 \times 30 = 600</math> ligne ; <math>14476 \div 600 \approx 24,1</math> donc 25 jours</p> <p><math>25 \div 7 \approx 3,5</math> donc <u>il aura fini dans 4 semaines</u></p>

### Proportions . Unités.

	<b>Deux grandeurs sont proportionnelles</b>	<p>Quand on multiplie l'une par un nombre, l'autre est multipliée par le même nombre</p> <p>Si on représente l'une en fonction de l'autre on a une droite passant par l'origine du repère</p>
	<b>Produit en croix</b>	Si on a un tableau de proportionnalité, le nombre inconnu est égal au produit des nombres en diagonale divisé par le troisième nombre.
	<b>3 Formules : vitesse, temps, distance</b>	$V = D/T$ ; $T = D/V$ ; $D = T \times V$
	7 ballons coûtent 11 €. Prix de 5 ballons ?	7 ballons $\rightarrow$ 11 € ; 5 ballons $\rightarrow 11 \times 5 / 7 = 55/7 = 7,85\text{€}$

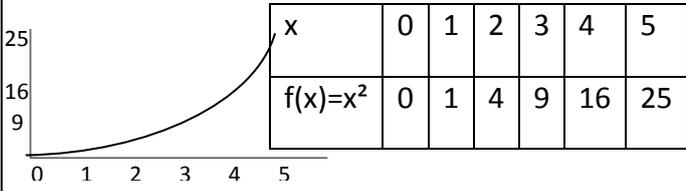
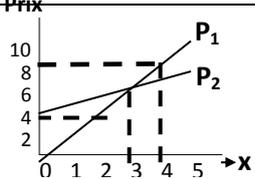
16 min pour faire 400 m. Temps pour 3,2 km ?	16 min → 400m ; pour 3,2 km = 3200 m, → $16 \times \frac{3200}{400} = 128$ min
--	--

### Pourcentages.

Calculer a % d'un nombre	On calcule $a/100 \times$ le nombre (17 % de 150 = $\frac{17}{100} \times 150 = 25,5$ )
Calculer rapidement une hausse de a %  Calculer rapidement une baisse de a %	On multiplie par $(1 + \frac{x}{100})$ (500 augmenté 17 % : $500 \times 1,17$ )  On multiplie par $(1 - \frac{x}{100})$ (500 baissé de 17 % : $500 \times 0,83$ )
% d'une partie  % de baisse ou de hausse	$\frac{\text{partie}}{\text{Total}} \times 100$ (11 filles 4 garçons : $\frac{4}{15} \times 100 \approx 26,6$ % de garçons)  $\frac{\text{variation}}{\text{nombre de départ}} \times 100$ (hausse de 11 à 13 : $\frac{2}{11} \times 100 = 18$ % de hausse)

### Fonctions

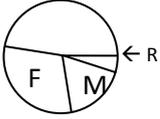
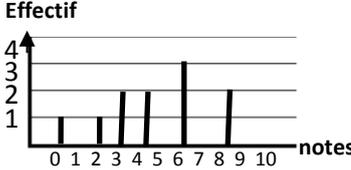
<b>Fonction</b>	Un nombre qui dépend d'un autre, façon de passer d'un nombre à un autre
<b>Image d'un nombre (par une fonction)</b>  <b>Antécédent d'un nombre (par une fonction)</b>	Résultat donné par la fonction pour ce nombre  Nombre de départ qui permet d'obtenir ce résultat par la fonction
<b>Notation f(x)</b>	f est le nom de la fonction, f(x) est le nombre associé à x par la fonction.  f(10) résultat de la fonction si x = 10

<p><b><i>Courbe représentative de la fonction (abscisse, ordonnée)</i></b></p>	<p>Courbe obtenue en plaçant : horizontalement (abscisse) : les nombres de départ et verticalement (ordonnée) : les résultats de la fonction</p>														
<p><b><i>fonction affine et représentation</i></b></p>	<p>fonction qui varie régulièrement , expression de la forme <math>f(x) = a x + b</math> ; sa représentation est une droite</p>														
<p><b><i>fonction linéaire et représentation</i></b></p>	<p>fonction qui représente la proportionnalité, expression de la forme <math>f(x) = a x</math> , sa représentation est une droite qui part de 0 (origine du repère)</p>														
<p><b><i>coefficient directeur (pour une fonction affine ou linéaire)</i></b></p>	<p>c'est le nombre qui multiplie x</p>														
<p>On considère la fonction <math>f(x) = x^2</math>          Compléter un tableau de valeurs entre 0 et 5.          Représenter approximativement f entre 0 et 5</p>	 <table border="1" data-bbox="986 873 1404 1019"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>f(x)=x<sup>2</sup></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>16</td> <td>25</td> </tr> </table>	x	0	1	2	3	4	5	f(x)=x <sup>2</sup>	0	1	4	9	16	25
x	0	1	2	3	4	5									
f(x)=x <sup>2</sup>	0	1	4	9	16	25									
<p>Prix à payer en fonction du nombre de trajets avec les tarifs P1 et P2.</p> <p>a) Prix de 4 trajets avec P1 ?          b) Prix de 4 trajets avec P2 ?          c) Quel est le tarif le plus avantageux ? A partir de combien de trajets ?</p>	 <p>a) Pour 4 trajets on paye environ 8 euros avec P<sub>1</sub>          b) avec 4 euros on peut faire 2 trajets (tarif P<sub>1</sub>)          c) Les 2 tarifs sont équivalents pour 3 trajets.          P<sub>1</sub> est plus intéressant pour 1 ou 2 trajets.</p>														
<p><math>f(x) = 10x + 5</math> : Qu'est ce que <math>f(3)</math> ?          Image de 25 par la fonction f ?          Antécédent de 25 par f ?</p>	<p><math>f(3) = 10 \times 3 + 5 = 35</math>          L'image de 25 c'est 25 ( <math>f(25) = 10 \times 25 + 5 = 255</math> )          25 est un antécédent de 2 (car <math>10 \times 2 + 5 = 25</math> )</p>														
<p><math>F(x) = 0,5x + 10</math>      <math>G(x) = 2x</math>          Nature des fonctions F et G ?          Représentation graphique pour x</p>	<p>F est affine : sa représentation est une droite          G est linéaire : ... droite partant de 0</p>														

	entre 0 et 10	x	0	5	10	
		F	10	12,5	15	
		G	0	10	20	

### Statistiques

	<p>Effectif (d'une série) -</p> <p>Etendue - Moyenne -</p> <p>Fréquence d'une valeur</p>	<p>Nombre de donnée –</p> <p>Ecart entre la plus grande et la plus basse valeur</p> <p>Moyenne : <math>\frac{\text{Somme des valeurs}}{\text{effectif total}}</math>      Fréquence : <math>\frac{\text{Nb d'apparition de la valeur}}{\text{effectif total}} (\times 100 \text{ pour le mettre en pourcentage})</math></p>
	<p>Médiane - premier quartile (<math>Q_1</math>) - troisième quartile (<math>Q_3</math>)</p>	<p>1<sup>ère</sup> valeur telle qu'au moins 50 % des valeurs soient inférieures ("milieu" de la série)</p> <p><math>Q_1</math> : valeur juste après le 1<sup>er</sup> quart de la série <math>Q_3</math> : valeur juste après le 3<sup>ième</sup> quart ...</p>
	<p>7 . 11 . 18 . 19 . 29 . 3 . 9 .</p> <p>19 . 45 . 50 7 . 7 . 11</p> <p>. 8 . 23 . 39 . 19 . 13 .</p> <p>10 . 7 . 20 . 14</p> <p>Effectif de cette série ?</p> <p>Etendue ? Moyenne ?</p>	<p>Effectif : 22 (nombre de valeurs) Etendue : 47 (50 – 3)</p> <p>Moyenne : <math>\frac{7 + 11 + \dots + 20 + 11}{22} \approx 17,18</math></p>
	<p>Série ci-dessus :</p> <p>1<sup>er</sup> quartile ? médiane ? 3<sup>ième</sup> quartile ?</p>	<p><math>\frac{1}{4} \times 22 = 5,5 \rightarrow Q_1 : 6^{\text{ième}}</math> valeur <math>Q_1 = 8</math> (classer les valeurs dans l'ordre)</p> <p><math>\frac{1}{2} \times 22 = 11 \rightarrow</math> médiane entre 11<sup>ième</sup> et 12<sup>ième</sup></p> <p>Médiane = 13,5 (entre 13 et 14)</p> <p><math>\frac{3}{4} \times 22 = 16,5 \rightarrow Q_3 : 17^{\text{ième}}</math> valeur <math>Q_3 = 20</math></p>

<p>19 anglais. 12 français. 7 marocains. 2 russes</p> <p>Réaliser un diagramme circulaire des nationalités</p>	<table border="1" data-bbox="678 219 1189 398"> <thead> <tr> <th></th> <th>A</th> <th>F</th> <th>M</th> <th>R</th> <th>total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>nombre</td> <td>19</td> <td>12</td> <td>7</td> <td>2</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>angle</td> <td>171</td> <td>108</td> <td>63</td> <td>18</td> <td>360°</td> </tr> </tbody> </table> 		A	F	M	R	total	nombre	19	12	7	2	40	angle	171	108	63	18	360°
	A	F	M	R	total														
nombre	19	12	7	2	40														
angle	171	108	63	18	360°														
<p>Moyenne de ces notes ?</p> 	<p>Effectif total : 1+1+2+2+3+2 = 11 notes</p> <p>Moyenne : <math>\frac{1+1+2 \times 3+2 \times 4+3 \times 6+2 \times 8}{11} \approx 4,54</math></p>																		

### Probabilités

<p><b>Expérience aléatoire.</b></p> <p><b>Liste d'issues équiprobables.</b></p>	<p>Tirage au sort</p> <p>Liste d'issues qui ont chacune autant de chance d'arriver</p>
<p><b>Formule : Probabilité d'un évènement.</b></p>	<p><math>\frac{\text{nb d'issues favorables}}{\text{nb total d'issues}}</math> (valable si les issues sont équiprobables)</p>
<p><b>Lien entre fréquences réelles et probabilités</b></p>	<p>Pour un très grand nombre de tirages les fréquences constatées se rapprochent des probabilités ...</p>
<p><b>*Probabilité d'évènements successifs</b></p>	<p>Pour des évènements <u>indépendants</u> la proba de A puis B est <math>P(A) \times P(B)</math></p>
<p>a) dans un sac : 7 rouges, 3 vertes, 2 noires : probabilité de tirer une noire ?</p> <p>b) Probabilité de tirer un roi dans un jeu de 32 ?</p>	<p>Proba de tirer une noire : <math>\frac{2}{12} = \frac{1}{6} \approx 0,166</math> (16,6 % de chances)</p> <p>Proba de tirer un roi : <math>\frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0,125</math> (12,5 % de chances)</p>

## Nombres et calculs

### Priorités et relatifs

<b>Règles de priorité dans un calcul</b>	1) Parenthèses 2) Puissances 3) $\times$ et $\div$ 4) + et - (de gauche à droite)
<b>Méthode pour calculer</b>	1) Réfléchir avant d'agir (priorité, formule ...) 2) Relire au fur et à mesure
<b>Explication des additions avec des relatifs</b>  ex : $-7-3$ et $-7+2$	+ = gagné , - = perdu et on fait le bilan $-7-3 = -10$ : perdu 7 et perdu 3 : perdu 10 $-7+2 = -5$ : perdu 7 et gagné 2 : perdu 5
<b>Ajouter 2 nombres négatifs : règle rapide</b>	Signe négatif et on ajoute les nombres : $-7-3 = -10$
<b>Ajouter un positif et un négatif : règle rapide</b>	Signe du plus grand et on soustrait les nombres : $-7+2 = -5$
<b>Simplifier deux signes "qui se suivent"</b>	-- ou ++ $\rightarrow$ signe + , -+ ou +- $\rightarrow$ signe -
<b>Multiplier ou diviser des relatifs</b>	Deux signes - ou deux signes + $\rightarrow$ signe + un - et un + $\rightarrow$ signe -
$A = 2+5 \times (1+2)$ $B = 50 - 2 \times (5-2)^2$	$A = 2+5 \times 3 = 2+15 = 17$ $B = 50 - 2 \times 3^2 = 50 - 2 \times 9 = 32$
$-3-7$ ; $-3+7$ ; $-10+2$ ; $7-9$ ; $10-5+3$	$-10$ ; $+4$ ; $-8$ ; $-2$ ; $5+3 = 8$ on peut ajouter les + entre eux et les - entre eux
- $(-3) - (+7) + (-2) + (+5)$	$3 - 7 - 2 + 5 = 8 - 9 = -1$
$(-3) \times (-3)$ ; $(-20) \times (+2)$ ; $(-8) \div (-2)$ ; $(+4) \times (+2)$ ; $(-1) \times (+15)$	$+9$ ; $-40$ ; $+4$ ; $+8$ ; $-15$
$7 - (5-11)$ ; $-8 - 5 \times (-6)$	$7 - (-6) = 7 + 6 = 13$ ; $-8 + 30 = 22$

### Fractions

	Qu'est ce que $\frac{3}{4}$ de 120 ?	On calcule $\frac{3}{4} \times 120$ : cela revient à diviser par 4 et multiplier par 3
	<b>La règle des fractions égales</b>	On peut $\times$ ou $\div$ le numérateur et le dénominateur par un même nombre
	<b>Fraction simplifiée</b>	Fraction écrite avec les plus petits entiers possibles
	<b>Simplifier une fraction</b>	Diviser par le même nombre en haut et en bas jusqu'à qu'on ne puisse plus
	<b>Ajouter ou soustraire des fractions</b>	On les met sur même dénominateur puis on ajoute les numérateurs
	<b>Multiplier des fractions</b>	On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.
	<b>Diviser une fraction par une autre</b>	On multiplie par l'inverse de la deuxième fraction
	Représenter $\frac{3}{4}$ d'un carré. Calculer $\frac{2}{3}$ de 750	 $750 \div 3 \times 2 = 500$
	Compléter $\frac{7}{3} = \frac{\quad}{6}$ $\frac{7}{2} = \frac{\quad}{10}$	$\frac{7}{3} = \frac{14}{6}$ $\frac{7}{2} = \frac{35}{10}$
	Simplifier $\frac{60}{40}$ et $\frac{14}{21}$	$\frac{60}{40} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$
	Comparer $\frac{2}{3}$ et $\frac{7}{10}$	$\frac{7}{10} > \frac{2}{3}$ car $\frac{7}{10} = 0,7$ et $\frac{2}{3} \approx 0,66$ ( ou bien car $\frac{7}{10} = \frac{21}{30}$ et $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$ )
	$\frac{5}{3} + \frac{1}{9}$ ? $\frac{7}{4} - \frac{1}{3}$ ?      3 $-\frac{3}{5}$ ?	$\frac{15}{9} + \frac{1}{9} = \frac{16}{9}$ ; $\frac{21}{12} - \frac{4}{12} = \frac{17}{12}$ , $\frac{15}{5} - \frac{3}{5} = \frac{12}{5}$
	$\frac{7}{2} \times \frac{5}{3}$ ? $4 \times \frac{5}{3}$ ? $\frac{3}{7} \div \frac{5}{2}$ ?	$\frac{5}{2} = \frac{5}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{8}$

$\frac{5}{4} \div \frac{2}{5} ?$	$\frac{7}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{35}{6} ; 4 \times \frac{5}{3} = \frac{20}{3} ; \frac{3}{7} \div \frac{5}{2} = \frac{3}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{35}$
$\frac{1}{3} + \frac{4}{3} \div \frac{3}{5} ?$	$\frac{1}{3} + \frac{4}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{20}{9} = \frac{3}{9} + \frac{20}{9} = \frac{23}{9}$

### Puissances

<b>Définition</b> $a^n ; a^1 ; a^2 ; a^3$	$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$ (n fois le a) $a^1 = a$ $a^2 = a \times a$ $a^3 = a \times a \times a$
<b>Définition</b> $a^{-n} ; a^0$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^0 = 1$
<b>Qu'est ce que <math>10^n</math> ? Qu'est ce que <math>10^{-n}</math> ?</b>	$10^n = 10\dots 0$ (n zéros) $10^{-n} = 0,0\dots 01$ (n zéros <u>en tout</u> )
<b>Ecriture scientifique d'un nombre</b>	Un nombre entre 1 et 10 (sauf 10) multiplié par une puissance de 10
$a^n \times a^p = ?$ $\frac{a^n}{a^p} = ?$ $(a^n)^p = ?$ $(a \times b)^n = ?$ $(\frac{a}{b})^n = ?$	$\boxed{1}$ $a^n \times a^p = a^{n+p}$ $\boxed{2}$ $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ $\boxed{3}$ $(a^n)^p = a^{n \times p}$ $\boxed{4}$ $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ $\boxed{5}$ $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$
$2^5 ; 3^2 ; 10^0 ; 2 + 3^3 ; 2 \times 5^2 ; (-3)^2$	32 ; 9 ; 1 ; $2+27=29$ ; $2 \times 25 = 50$ ; 9
$10^5 ; 10^{-3} ; 2,3 \times 10^4$	$10^5 = 100\,000$ $10^{-3} = 0,001$ 23000
Ecriture scientifique de 4500 0,00048 Comparer $1,3 \times 10^2$ ; $4 \times 10^5$ et $9,3 \times 10^{-2}$	$4,5 \times 10^3$ ; $4,8 \times 10^{-4}$ $9,3 \times 10^{-2} < 1,3 \times 10^2 < 4 \times 10^5$ (ordre des puissances de 10)
Simplifier $10^2 \times 10^3 ; (10^2)^3 ; 10^2 + 10^3 ; \frac{10^{12}}{10^5} ; \frac{10^2}{10^3} ; (3 \times 10^{11})^2 ;$	$10^5 ; 10^6 ; 100 + 1000 = 1100$ $10^7 ; 10^{-1} ; 9 \times 10^{22} ; 10^{16} (10^{5 \times 11})$

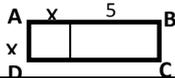
$\frac{10^5}{10^{-11}}$	
-------------------------	--

### Calcul littéral

<b>Réduire une expression littérale</b> $5 + 4x + 3x^2 + 3x + 2x^2 + 1 \dots$	Regrouper les termes identiques : les $x^2$ avec les $x^2$ , les $x$ avec les $x$ ,... $5x^2 + 7x + 6$
<b>Multiplication avec des lettres</b> $3x \times 5x$	On multiplie les nombres entre eux et les lettres entre elles $3x \times 5x = 15x^2$ (On n'écrit pas les $x$ et on met les chiffres en premiers)
<b>Développer</b>	Ecrire sans parenthèses
<b>Supprimer une parenthèse après un après un signe +</b> $3 + (2x - 5)$	on peut supprimer la parenthèse $3 + (2x - 4) = 3 + 2x - 5 \dots$
<b>Supprimer une parenthèse après un après un signe -</b> $3 - (2x - 5)$	on distribue le signe $-$ : on enlève la parenthèse en changeant les signes $3 - (2x - 4) = 3 - 2x + 5 \dots$
<b>Supprimer une parenthèse multipliée par un nombre</b> $3(5x + 7)$	distributivité simple : on répète la multiplication : $a(b+c) = ab + ac$ donc $3(5x+7) = 15x + 21$
<b>Supprimer deux parenthèses multipliées</b>	double distributivité : $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ on multiplie chaque nombre de la 1 <sup>ère</sup> parenthèse par chaque nombre de la 2 <sup>nde</sup>
Calculer $A = 5x + 2$ si $x = 4$ $B = 3x^2 - 2x$ si $x = -10$	$A = 5 \times 4 + 2 = 22$ $B = 3 \times (-10)^2 - 2 \times (-10) = 3 \times 100 + 20 = 320$
$3a^2 + 5 + 3a + 2a + a^2 + 1$ ? $3 + 2a$ ? $a + a^2$ ?	$4a^2 + 5a + 6$ ; ne change pas ; ne change pas
$3a \times 5a$ ; $2a \times 5$ ; $3a \times -2a^2$	$15a^2$ ; $10a$ ; $-6a^3$

$(2+a) - (5-2a) + (7+a)$	$2 + a - 5 + 2a + 7 + a = 4 + 4a$
$2(5a+3) ; -3a(2a-4)$	$10a + 6 ; -6a^2 + 12a$
$(2a-3)(3a-4)$	$6a^2 - 8a - 9a + 12 = 6a^2 - 17a + 12$
$2+3(4x-5) - (2x+5)$ $10 - (2a-5)(10a+2)$	$2 + 12x - 15 - 2x - 5 = 10x - 18$ $10 - (20a^2 + 4a - 50a - 10) = 10 - 20a^2 - 4a + 50a + 10$ $= -20a^2 + 46a + 20$

Calcul littéral et raisonnement.

<b>Pour "tester" une affirmation</b>	On essaye avec un exemple. Mais <u>ça ne prouve rien</u>
<b>Pour démontrer qu'une affirmation est fausse ...</b>	On peut trouver un contre exemple...
<b>Pour <u>démontrer</u> qu'une affirmation est juste...</b>	On peut remplacer les nombres inconnus par des lettres...  Des exemples ne prouvent pas
<b>Démontrer que deux expressions littérales sont égales</b>	On peut les simplifier chacune et arriver au même résultat
ex : tester $(5x)^2 = 25x^2$	Si $x = 10$ $(5x)^2 = 50^2 = 2500$ et $25x^2 = 25 \times 10^2 = 2500$  C'est juste <u>sur cet exemple</u>
Est-ce que si on ajoute 4 à un nombre son carré augmente de 16 ?	Non : <u>contre exemple</u> $x = 3$ $3^2 = 9$ $(3+4)^2 = 7^2 = 49$ il y a une hausse de 40 !
Multiplier par 3, puis ajouter 12 puis diviser par 3. Ce programme revient-il <u>toujours</u> à ajouter 4 ??	Il faut démontrer : on <u>prend x comme nb de départ</u> $x \rightarrow 3x \rightarrow 3x+12 \rightarrow x+4$ : oui cela revient à ajouter 4
Démontrer que $x(x+1) + 2x(x-1) = x(3x-1)$	$x(x+1) + 2x(x-1) = x^2 + x + 2x^2 - 2x = 3x^2 - x$ $x(3x-1) = 3x^2 - x$ : l'égalité est bien juste
1) Exprimer <u>en fonction de x</u> l'aire et le périmètre du rectangle	$P_{ABCD} = 2 \times x + 2 \times (x+5) = 2x + 2x + 10 = 4x + 10$ 

2) Exprimer <u>en fonction de n</u> le prix à payer pour une raquette à 50 € et n balles à 1,5 €	$A_{ABCD} = x(x+5) = x^2 + 5x$ Prix à payer $P = 50 + 1,5 n$
--	---

### Factorisation et identités remarquables

<b>Identities remarquables.</b>	$\boxed{1} (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\boxed{2} (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\boxed{3} (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
<b>Factoriser</b>	Ecrire sous forme de produit
Développer $A = (3x+5)^2$ $B = (2x-7)^2$ $C = (4x+3)(4x-3)$	$A = 9x^2 + 30x + 25$ $B = (2x-7)^2 = 4x^2 - 28x + 49$ $C = (4x+3)(4x-3) = 16x^2 - 9$
Factoriser $6x + x^2$ et $8x + 12$	Repérer un facteur commun : $x(6+x)$ et $4(2x+3)$
Factoriser $(3x+1)(x+3) + (3x+1)(10x-5)$	Mettre la parenthèse répétée en facteur : $(3x+1)(x+3 + 10x - 5) = (3x+1)(11x-2)$
Factoriser $4x^2 - 20x + 25$	Utiliser une identité remarquable à l'envers : $(2x-5)^2$
Factoriser $(2x+1)^2 - (3x+7)^2$ ; $(3x-5)^2 - 9$	Méthode carré - carré $(3x-5)^2 - 9 = (3x-5+3)(3x-5-3) = (3x-2)(3x-8)$ ; $(2x+1)^2 - (3x+7)^2 = (2x+1 + 3x+7)(2x+1 - 3x-7) = (5x+8)(-x-6)$

### Arithmétique

<b>Diviseur d'un nombre entier a ; Multiple d'un nombre a</b>	les nombres d tels que $a \div d$ soit un entier (la division par d tombe juste) ; les nombres de la table de a ( $a, 2 \times a, 3 \times a, \dots$ )
<b>Nombre premier ; Nombres premiers entre eux</b>	Nombre qui n'a pas de diviseurs (à part 1 et lui-même) : exemple : 17 ; 2 nombres qui n'ont pas de diviseur commun (à part 1). Leur PGCD est 1
<b>PGCD de 2 nombres ; Comment le trouver ?</b>	Plus grand diviseur commun à ces deux nombres : Algorithme d'Euclide (on calcule successivement des restes de division ...)
Trouver les diviseurs de 18	1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18

Trouver le PGCD de 48 et 360	$360 \div 48 = 7$ reste 24 ; $48 \div 24 = 2$ reste 0 : le PGCD est 24
Faire le maximum de sacs identiques en répartissant 48 boulets et 360 billes... ?	On calcule le PGCD de 48 et 360 ..... : 24 On peut faire 24 sacs car c'est le plus grand nombre qui divise 48 et 360
28 et 38 sont-ils premiers entre eux ? 12 et 35 sont-ils premiers entre eux ?	Non car ils sont tous les deux divisibles par 2 Oui : pas de diviseurs commun.

### Racines carrées

<b>Racine carrée d'un nombre positif</b>	Le nombre positif dont le carré redonne le nombre de départ.
<b>Liste des racines carrées égale à un entier</b>	Racines des carrés : $\sqrt{4} = 2$ $\sqrt{9} = 3$ $\sqrt{16} = 4$ ; $\sqrt{25}$ $\sqrt{36}$ $\sqrt{49}$ $\sqrt{64}$ $\sqrt{81}$ $\sqrt{100}$ ...
$\sqrt{a} \times \sqrt{a}$ ? $(\sqrt{a})^2$ ? $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ? $\sqrt{a} / \sqrt{b}$ ?	$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$ ; $(\sqrt{a})^2 = a$ ; $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ; $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
<b>Comment simplifier une racine (<math>\sqrt{75}</math>) ?</b>	Décomposer en 2 racines avec la 1 <sup>ère</sup> qui tombe juste : $\sqrt{75} = \sqrt{25} \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$
$\sqrt{4}$ , $\sqrt{9}$ , $\sqrt{16}$ , $\sqrt{25}$ , $\sqrt{36}$ , ... $\sqrt{100}$ ; $\sqrt{50}$	2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 , ... 10 ; $\sqrt{50} \approx 7,1$ car $7 \times 7 = 49$
Simplifier $\sqrt{27}$ ; $\sqrt{12}$ ; $8\sqrt{50}$	$\sqrt{27} = \sqrt{9} \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ ; $\sqrt{12} = \sqrt{4} \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ; $8\sqrt{50} = 8\sqrt{25} \sqrt{2} = 40\sqrt{2}$
$3\sqrt{5} + 2 + 6\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ?	$9\sqrt{5} + \sqrt{3} + 2$ on peut juste regrouper les racines de 5 entre elles
$3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2}$ ; $5\sqrt{3} \times 4\sqrt{2}$ ?	$10 \times 2 = 20$ ; $20\sqrt{6}$ on $\times$ les chiffres entre eux et les racines entre elles
$(2\sqrt{5} + 3)(3\sqrt{5} + 1)$ ?	$6 \times 5 + 2\sqrt{5} + 9\sqrt{5} + 3 = 11\sqrt{5} + 33$

$(2\sqrt{5} + 3)^2$ ?	$(2\sqrt{5} + 3)^2 = 4 \times 5 + 12\sqrt{5} + 9 = 29 + 12\sqrt{5}$ (identité n°1)
-----------------------	--

### Equations - inéquations

<b>Equations - Inéquations</b>	Egalité (ou inégalité) avec un nombre inconnu ...
<b>Résoudre une équation (ou inéquation) Une solution de l'équation</b>	Trouver toutes les valeurs de x pour lesquelles l'égalité est juste  Une valeur de x pour laquelle l'égalité est juste
<b>Règles de manipulation d'une égalité.</b>	On peut ajouter ou soustraire le même nb de chaque côté  On peut $\times$ ou $\div$ par un même nombre chaque membre (en entier) de l'égalité
<b>Règles de manipulation d'une inégalité</b>	Comme les égalités <u>sauf que</u> : si on multiplie ou divise une inégalité par un nombre négatif il faut changer le sens de l'inégalité
<b>Vérifier qu'un nombre est solution d'une équation</b>	Remplacer x par la valeur dans chaque membre et regarder si l'égalité est vérifiée
<b>Résoudre une équation du 1<sup>er</sup> degré</b>	Regrouper les x d'un côté et les nombres de l'autre, etc
<b>Résoudre une équation produit = 0 (type D)</b>	Un produit est nul lorsque l'un des facteurs est nul « on résout chaque facteur = 0 » et on trouve toutes les solutions
<b>M : équation <math>x^2 = a</math> (type C)</b>	2 cas : si a est positif : 2 solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$ Si a négatif : pas de solution
7 est-il solution de $8x + 4 = 54 + x$ ?	$8 \times 7 + 4 = 60$ ; $54 + 7 = 61$ : 7 n'est pas solution
Type A : $2x = 3$	$x = 3/2$
Type B : $2x - 3 = 0$	L'équation devient $2x = 3$ donc $x = 2/3$
Type C : $X^2=5$	$x = \sqrt{5}$ ou $x = -\sqrt{5}$

	Type D : $(3x+1)(x+2) = 0$	$3x + 1 = 0$ ou $x + 2 = 0$ donc $x = -1/3$ ou $x = -2$
	Adrien a deux fois l'âge de Xavier  Bernard a trois ans de moins que Xavier. A eux 3 ils ont 41 ans.  Quel est l'âge de Xavier ?	<ul style="list-style-type: none"> <li>Appelons <math>x = \hat{\text{âge de Xavier}}</math> choix de l'inconnue</li> <li>âge d'Adrien : <math>2x</math> Bernard : <math>x - 3</math></li> </ul> $x + 2x + x - 3 = 41$ <p style="text-align: right;"><i>Résolution</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>\rightarrow 4x - 3 = 41 \rightarrow 4x = 44 \rightarrow x = \frac{44}{4} = 11</math></li> </ul> <p style="text-align: right;"><i>Conclusion</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><u>Xavier a 11 ans</u> (<math>11 + 22 + 8 = 41</math>)</li> </ul>
	Résoudre $\frac{x}{7} = 8$ ; $\frac{3}{x} = 11$ ; $\frac{5}{x} = \frac{2}{3}$  ; $\frac{3}{7}x = \frac{2}{5}$	$x = 7 \times 8 = 56$ ; $x = \frac{11}{3} \approx 3,66$ ; $x = \frac{5 \times 3}{2} = 7,5$ ; $x = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{15}$
	Résoudre $\frac{3}{4}x + 5 = \frac{1}{6}x + \frac{1}{3}$	<u>Astuce</u> : tout mettre sur 12 : $\frac{9}{12}x + \frac{60}{12} = \frac{2}{6}x + \frac{4}{12} \rightarrow 9x + 60 = 2x + 4 \rightarrow \text{etc ...}$

### Systemes d'équations

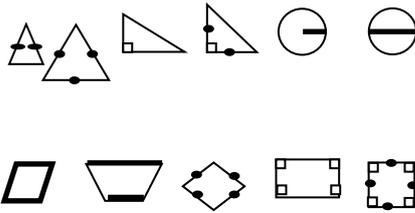
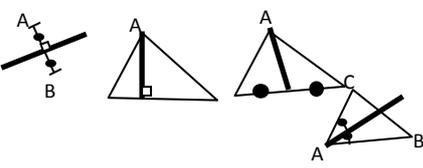
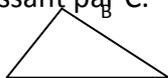
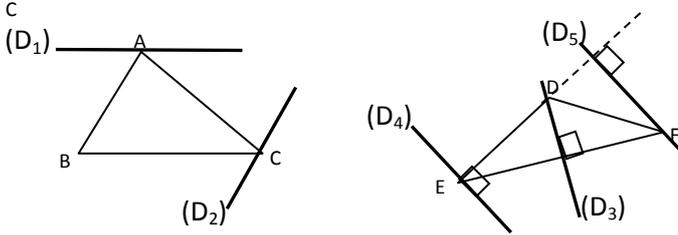
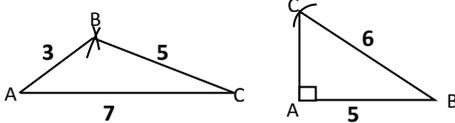
	<b>Systemes (de 2 équations à 2 inconnues)</b>	2 égalités avec 2 nombres inconnus
	<b>Résoudre le système. Couple solution</b>	Trouver les valeurs des 2 nombres inconnus à la fois ( un couple solution $(x, y)$ ) pour que les deux égalités soient justes
	<b>résoudre un système par combinaison</b>	multiplier les lignes pour avoir le même nombre de $x$ (par exemple)  soustraire les lignes obtenues pour n'avoir plus que des $y$ puis trouver $y$  remplacer $y$ par la valeur trouvée dans une égalité pour trouver $x$
	<b>Méthode: résoudre un système par substitution</b>	Exprimer $x$ en fonction de $y$ (par exemple) à partir d'une des égalités puis remplacer dans l'autre

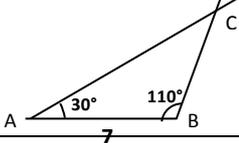
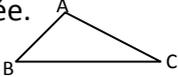
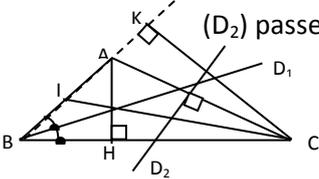
		égalité pour obtenir une égalité avec seulement des y,...
Est-ce que ( 5 ; 7) est solution(s) de ce système ?	$\begin{cases} x + 3y = 26 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$	<p>on remplace x par 5 et y par 7 et on teste les 2 égalités ..</p> <p><math>5 + 3 \times 7 = 26</math> oui</p> <p><math>2 \times 5 + 7 = 17</math> oui                      (5;7) est bien solution</p>
Résoudre par combinaison	$(S) \begin{cases} 5x + 3y = 62 \\ 2x + 7y = 48 \end{cases}$	<p> <math display="block">\begin{cases} 10x + 6y = 124 &amp; (1') &amp; (1) \times 2 &amp; \text{on a appelé 1 et 2 les égalités.} \\ 10x + 35y = 240 &amp; (2') &amp; (2) \times 5 \end{cases}</math> </p> <p><math>(2') - (1') : 35y - 6y = 240 - 124 \rightarrow 29y = 116 \rightarrow y = 4</math></p> <p>On remplace y par 4 dans (2) : <math>2x + 7 \times 4 = 48 \rightarrow \dots</math>  <math>\rightarrow x = 10</math></p> <p>La solution est le couple <math>(x = 10 ; y = 4)</math></p>
Résoudre par substitution		<p>D'après (1) : <math>x = 66 - 7y</math> (1')</p> <p>On remplace dans (2) : <math>3(66 - 7y) + 2y = 65</math></p> <p>ainsi : <math>198 - 21y + 2y = 65 \rightarrow -19y = -133 \rightarrow y = 7</math></p> <p>On remplace y par 7 dans (1') : <math>x = 66 - 7 \times 7 = 17</math></p> <p>La solution est le couple <math>(x = 17 ; y = 7)</math></p>

## Géométrie

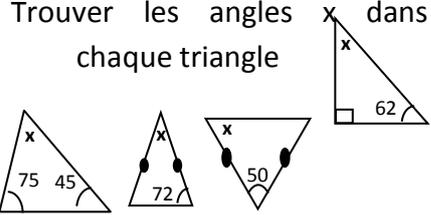
### Figures et constructions

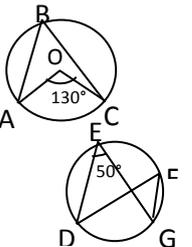
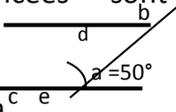
<p><b>Droites parallèles, droites perpendiculaires, droites sécantes</b></p>	<p>droites qui ne se coupent jamais (même inclinaison) ; droites qui se coupent en angle droit ; droites qui se coupent (peu importe l'angle)</p>
<p><b>Triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle, triangle rectangle isocèle</b></p>	<p>Triangle qui a 2 côtés égaux (au moins). triangle qui a ses 3 côtés de même taille ; triangle qui a un angle droit ; triangle qui a un angle droit et 2 côtés de même taille</p>
<p><b>Quadrilatère, polygone, polygone régulier</b></p>	<p>Figure avec 4 côtés (fermée et non croisée). , figure à plusieurs côtés (droits) ; polygone dont tous les côtés et tous les angles ont la même mesure</p>
<p><b>Trapèze</b> <b>Parallélogramme.</b> <b>Losange</b> <b>Rectangle</b> <b>Carré</b></p>	<p>Trapèze : quadrilatère qui a (au moins) deux côtés parallèles</p> <p>Parallélogramme : quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles</p> <p>Losange : quadrilatère qui a ses 4 côtés de même taille</p> <p>Rectangle : quadrilatère qui a 4 angles droits</p> <p>Carré: quadrilatère qui a 4 angles droits et 4 côtés égaux</p>
<p><b>Médiatrice (d'un segment)</b> <b>Bissectrice (d'un angle)</b> <b>Hauteur (d'un triangle)</b> <b>Médiane (d'un triangle)</b></p>	<p>médiatrice : droite qui coupe le segment en son milieu perpendiculairement</p> <p>bissectrice : droite qui partage un angle en deux angles identiques</p> <p>hauteur : droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé</p> <p>médiane : segment qui relie un sommet au milieu du côté opposé</p>
<p><b>Rayon (d'un cercle)</b> <b>Diamètre (d'un cercle)</b></p>	<p>Du centre au bord du cercle (tous les rayons ont la même longueur )</p> <p>Partage le cercle en deux en passant par le centre.</p>

<p><b>Tangente à un cercle</b></p>	<p>(égal à deux rayons)</p> <p>Droite touchant le cercle en un seul point (elle est perpendiculaire au rayon)</p>
<p><b>Symétrique d'un point A par rapport à O</b></p> <p><b>Symétrique d'un point A par rapport à (D)</b></p>	<p>Point de l'autre côté de O à égale distance en ligne droite : <u>symétrie centrale</u></p> <p>Point de l'autre côté de (D) à égale distance perpendiculairement: <u>symétrie axiale</u></p>
<p>Nature de ces figures</p>  	<p>ligne1 : triangles isocèle, équilatéral, rectangle et rectangle isocèle, rayon du cercle . diamètre du cercle</p> <p>ligne2 : parallélogramme . trapèze . losange . rectangle . carré</p> <p>ligne3 : médiatrice du segment [AB] , hauteur issue de A ; médiane issue de A, bissectrice de l'angle <math>\widehat{BAC}</math></p>
<p>Tracer :</p> <p>(D<sub>1</sub>) // à (BC) passant par A.</p> <p>(D<sub>2</sub>) // à (AB) passant par C.</p>  <p>(D<sub>3</sub>) ⊥ à (EF) passant par D</p> <p>(D<sub>4</sub>) ⊥ à (DE) passant par E.</p> <p>(D<sub>5</sub>) ⊥ à (ED) passant par F.</p> 	
<p>Construire des triangles ABC tels que :</p> <p>a) <math>AB = 3</math> <math>BC = 5</math> <math>AC = 7</math></p> <p>b) ABC est rectangle en A, <math>AB = 5</math>, <math>BC = 6</math></p>	

<p>c) <math>AB = 7</math>, <math>A = 30^\circ</math>, <math>B = 110^\circ</math></p>	
<p>Tracer à main levée.</p>  <p>a) (AH) la hauteur issue de A  b) <math>(D_1)</math> la bissectrice de <math>\widehat{ABC}</math>  c) (CI) la médiane issue de C  d) <math>(D_2)</math> la médiatrice de [AC]  e) (CK) la hauteur issue de C</p>	<p>I : milieu de [AB]</p>  <p><math>(D_2)</math> passe par le milieu de [AC]</p>

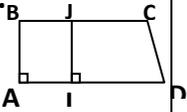
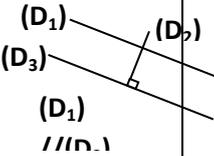
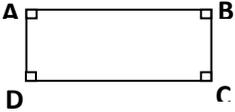
Calculs d'angles.

<p><b>Angles: droit, aigu, obtus, plat</b></p>	<p><math>90^\circ(\perp)</math>, angle inférieur à <math>90^\circ</math>, angle supérieur à <math>90^\circ</math>, angle de <math>180^\circ(\_)</math></p>
<p><b>Somme des angles d'un triangle</b>   <b>Propriété des angles d'un triangle isocèle, équilatéral, rectangle, rectangle isocèle</b></p>	<p>Somme des angles <math>180^\circ</math> ; triangle isocèle : 2 angles égaux  équilatéral : 3 angles de <math>60^\circ</math> ; rectangle isocèle : 2 angles de <math>45^\circ</math> (un de <math>90^\circ</math>)   triangle rectangle : les angles aigus font <math>90^\circ</math> à eux deux</p>
<p><b>Propriété : point sur un demi-cercle</b></p>	<p>Si un point est sur un demi-cercle alors le triangle qui le relie au diamètre est rectangle</p>
<p><b>Propriété : angle inscrit dans un cercle</b></p>	<p>Si A,B,C sont sur un cercle de centre O <math>\widehat{BAC} = \frac{1}{2} \widehat{BOC}</math>  (valable si <math>\widehat{BAC}</math> est aigu)</p>
<p><b>Propriété : 2 angles inscrits dans un cercle</b></p>	<p>Si A et A' sont sur le même arc BC : <math>\widehat{BAC} = \widehat{BA'C}</math></p>
<p>Trouver les angles dans chaque triangle</p> 	<p>triangle 1 : <math>x = 180 - 75 - 45 = 60^\circ</math>  triangle 2 : <math>x = 180 - 2 \times 72 = 36^\circ</math>  triangle 3 : <math>x = (180 - 50) \div 2 = 65^\circ</math></p>

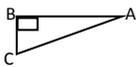
	<p>triangle 4 : <math>x = 90 - 62 = 28^\circ</math></p> <p>triangle 5 : <math>x = 60^\circ</math> (car c'est un triangle équilatéral)</p>
<p>Que peut-on dire de l'angle <math>\hat{C}</math> ?</p> <p>Justifier</p> <p>(la figure est un demi-cercle)</p> 	<p>On sait que C est sur le demi-cercle de diamètre [AB]</p> <p>Si un point est sur un demi-cercle alors le triangle qui le relie au diamètre est rectangle</p> <p>Donc ACB est un triangle rectangle : <math>\hat{C}</math> est un angle droit</p>
<p><math>\widehat{ABC}</math> ?</p> <p><math>\widehat{DFG}</math> ?</p> 	<p><math>\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AOC}}{2} = \frac{130}{2} = 65^\circ</math> (propriété de l'angle inscrit dans un cercle)</p> <p><math>\widehat{DFG} = \widehat{DEG} = 50^\circ</math> (propriétés des 2 angles inscrits)</p>
<p>Les droites foncées sont parallèles</p>  <p>A partir de l'angle a,</p> <p>trouver directement les angles : b, c, d, et e</p>	<p><math>b = 50^\circ</math> : correspondant à l'angle a</p> <p><math>c = 50^\circ</math> : opposé par le sommet à l'angle a</p> <p><math>d = 50^\circ</math> : a et d sont alternes-internes</p> <p><math>e = 180 - 50 = 130^\circ</math> (a et e sont supplémentaires)</p>

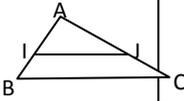
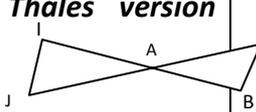
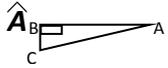
### Démonstrations. chaînons

<p><b>Qu'est ce qu'un chaînon déductif ?</b></p> <p><b>A quoi sert un chaînon déductif ?</b></p>	<p>Une façon rédiger une justification en trois étapes</p> <p>1) On sait que iii : des infos <u>que l'on connaît déjà</u> (énoncé ou justifiées)</p> <p>2) Si iii alors ooo : une propriété de cours que l'on peut utiliser avec ces infos</p> <p>3) Donc ooo : l'info que l'on a justifiée (conclusion de la propriété)</p>
<p><b>Que peut-on utiliser pour démontrer ?</b></p>	<p><u>Uniquement</u> les données de l'énoncé et des propriétés de cours</p>

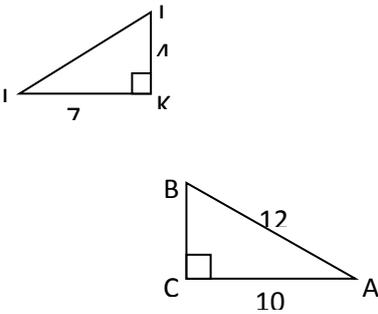
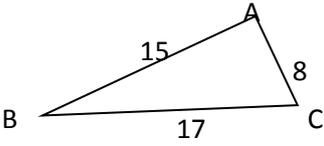
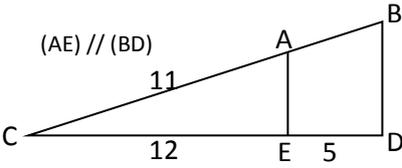
<p><b>Propriété des 2 perpendiculaires à une troisième.</b></p>	<p>Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles</p>
<p><b>Propriété des 2 parallèles avec une perpendiculaire.</b></p> 	<p>Si 2 droites sont parallèles et qu'une 3<sup>ème</sup> est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.</p>
<p>Justifier que (IJ) // (AB).</p>	<p>On sait que (AB) ⊥ (AD) et (IJ) ⊥ (AD) Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles Donc (IJ) // (AB)</p>
<p>Justifier que (D<sub>1</sub>) et (D<sub>2</sub>) sont perpendiculaires.</p> 	<p>On sait que (D<sub>1</sub>) // (D<sub>3</sub>) et (D<sub>2</sub>) ⊥ (D<sub>3</sub>) Si deux droites sont parallèles et qu'une 3<sup>ème</sup> est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre Donc (D<sub>2</sub>) ⊥ (D<sub>1</sub>)</p>
<p>Justifier que : AC = BD</p> 	<p>On sait que ABCD a angles droits Si un quadrilatère a angles droits alors c'est un rectangle Donc ABCD est un rectangle On sait que ABCD est un rectangle Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales ont la même longueur Donc AC = BD</p>

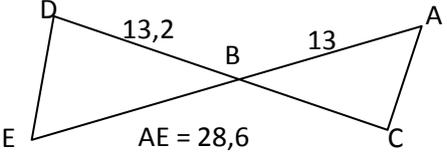
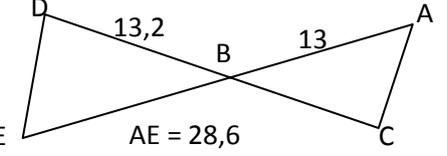
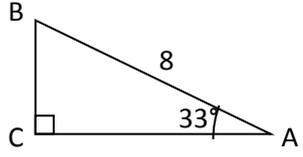
Les grands théorèmes

<p><b>Théorème de Pythagore</b> A quoi sert-il ?</p> 	<p>Si un triangle est rectangle alors la carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés (<math>AC^2 = BC^2 + AB^2</math>)</p>
--	---

		Utilisation: triangle rectangle avec 2 cotés → trouver le 3 <sup>ieme</sup> côté
<b>Réciproque de Pythagore</b>		Si dans un triangle le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres alors ce triangle est rectangle
<b>A quoi sert-elle ?</b>		Utilisation: 3 côtés d'un triangle → savoir si il est rectangle
<b>Théorème de Thalès</b>		Si I et J sont sur les côtés de ABC et que (IJ) //(BC)
<b>A quoi sert-il ?</b>		Alors AIJ est une réduction de ABC et : $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$ Utilité : Triangles avec des parallèles → calculer une longueur manquante
<b>Réciproque de Thalès</b>		Si A,I,B et A,J,C alignés (dans cet ordre) et si $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$
<b>A quoi sert-elle ?</b>		alors (IJ) // ( BC) Utilisation: points alignés avec les longueurs → savoir si 2 droites sont parallèles
<b>Rapport de réduction ou échelle</b>		Rapport de réduction : $\frac{\text{petites mesures}}{\text{grandes mesures}}$ (agrandissement = $\frac{\text{grandes}}{\text{petites}}$ )
<b>Théorème de Thalès version papillon</b>		<b>!!</b> bien partir du sommet principal et respecter l'alignement
		Si A,I,B et A,J,C alignés et (IJ) //(BC) alors $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$
<b>Côté adjacent de <math>\hat{A}</math></b>		Adjacent à $\hat{A}$ : de l'angle à l'angle droit → AB ; côté opposé à $\hat{A}$ : en face de l'angle $\hat{A}$ → BC ; Hypoténuse : côté opposé à l'angle droit → AC
<b>côté opposé à <math>\hat{A}</math>, hypoténuse de ABC</b>		

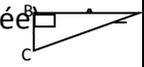
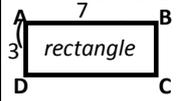
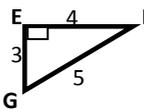
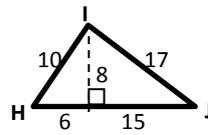
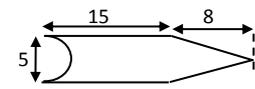
<b>cosinus, sinus, tangente</b>	$\text{Cos} = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}} \quad \text{Sin} = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}} \quad \text{tan} = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$ (CAHSOHTOA)
<b>A quoi sert la trigonométrie: cos, sin, tan ? cos<sup>-1</sup>, sin<sup>-1</sup>, tan<sup>-1</sup> ?</b>	Triangle rectangle avec 1 coté et 1 angle → trouver les autres cotés ; triangle rectangle avec 2 cotés → trouver les angles

Trouver IJ et BC à 0,1 près 	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) IJK est rectangle en K</li> <li>2) Par Pythagore <math>IJ^2 = IK^2 + KJ^2</math></li> <li>3) <math>IJ^2 = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65</math></li> <li>4) <math>IJ = \sqrt{65} \approx 8,06 \approx \boxed{8,1 \text{ cm}}</math></li> </ol> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) ABC est rectangle en B</li> <li>2) Par Pythagore <math>BC^2 = AB^2 - AC^2</math></li> <li>3) <math>BC^2 = 12^2 - 10^2 = 144 - 100 = 44</math></li> </ol>
Démontrer que (AB) ⊥ (AC) 	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) BC est le plus grand côté de ABC (facultatif)</li> <li>2) <math>BC^2 = 17^2 = 289</math> (2 calculs séparés)</li> </ol> $AB^2 + AC^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$
Calculer BC à 0,1cm près 	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) C,A,B et C,E,D sont alignés et (AE) // (BD)</li> <li>2) Par Thalès : <math>\frac{CA}{CB} = \frac{CE}{CD}</math> (sommet principal, points alignés)</li> <li>3) Ainsi <math>\frac{11}{CB} = \frac{12}{17}</math></li> <li>4) Donc <math>CB = \frac{11 \times 17}{12} = \frac{187}{12} \approx 15,583 \approx 15,6 \text{ cm}</math></li> </ol>
(DE) // (AC) : calculer BC	<ol style="list-style-type: none"> <li>1) D,B,C et E,B,A sont alignés dans cet ordre et (DE) // (AC)</li> </ol>

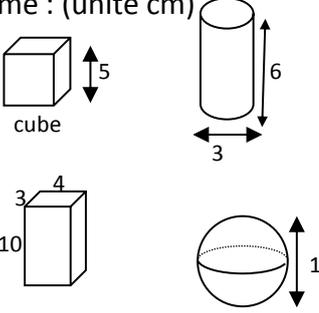
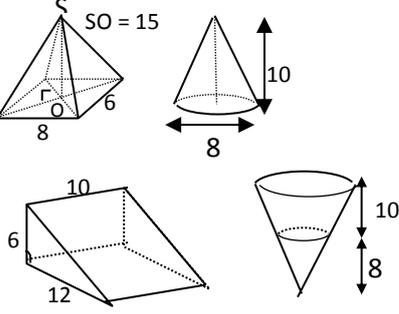
	<p>2) Par Thalès : <math>\frac{BD}{BC} = \frac{BE}{BA} = \frac{DE}{AC}</math> (sommet principal, points alignés)</p> <p>3) <math>\frac{13,2}{BC} = \frac{15,6}{13} = \frac{DE}{AC}</math> (Ne pas se tromper dans les longueurs)</p> <p>4) Donc <math>CB = \frac{13,2 \times 13}{15,6} = 11</math> cm</p>
<p>Démontrer que (BE) // (CD)</p> 	<p>1) A,B,C et A,E,D sont alignés dans cet ordre</p> <p>2)a) <math>\frac{AB}{AC} = \frac{13,2}{15,4} = \frac{132}{154} = \frac{6}{7}</math> (2 calculs séparés)</p> <p>b) <math>\frac{AE}{AD} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}</math> (calculs <u>en fractions.</u>)</p> <p>3) Par la réciproque de Thalès les droites (BE) et (CD) sont parallèles</p>
 <p>Calculer BC à 0,1cm près</p>	<p>Le triangle ABC est rectangle en C, <math>\sin \hat{A} = \frac{BC}{AB}</math>, donc <math>\sin 33 = \frac{BC}{8}</math> et ainsi <math>BC = 8 \times \sin 33 \approx 4,357 \approx 4,4</math> cm</p>
<p>Si <math>\tan A = \frac{9}{20}</math>, que vaut A ?</p>	<p><math>\hat{A} = \tan^{-1} \left( \frac{9}{20} \right) \approx 24,22 \approx 24^\circ</math></p>

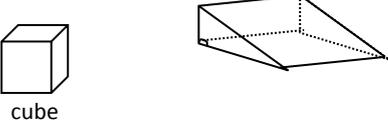
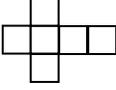
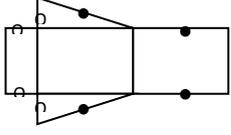
## Grandeurs et mesures

### Périmètre. Aire

<p><b>Périmètre d'une figure</b></p> <p><b>Aire d'une figure</b></p>	<p>Longueur du tour de la figure (pour un polygone : somme des côtés)</p> <p>Mesure de la surface à l'intérieur de la figure</p>
<p><b>Périmètre et aire d'un rectangle</b></p>	<p><math>P = 2 \times \text{largeur} + 2 \times \text{longueur}</math>    <math>A = \text{largeur} \times \text{longueur}</math></p>
<p><b>Aire d'un triangle</b></p> <p><b>Aire d'un triangle rectangle</b></p>	<p><math>A = \frac{B \times h}{2}</math>    (B : base    h : hauteur associée)</p> <p><math>\frac{BC \times BA}{2}</math></p> 
<p><b>Périmètre d'un cercle - Aire d'un disque</b></p>	<p><math>P_{\text{cercle}} = 2\pi R</math>    (R : <u>rayon</u> du cercle)    <math>A_{\text{disque}} = \pi \times R^2</math></p>
<p>Périmètre et aire de ces figures</p>   	<p><math>P_{ABCD} = 2 \times 3 + 2 \times 7 = 20 \text{ cm}</math>    .    <math>A_{ABCD} = 3 \times 7 = 21 \text{ cm}^2</math></p> <p><math>P_{EFG} = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm}</math>    .    <math>A_{EFG} = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \text{ cm}^2</math></p> <p><math>P_{IJH} = 10 + 17 + 15 + 6 = 48 \text{ cm}</math> .    <math>A_{IJH} = \frac{21 \times 8}{2} = 84 \text{ cm}^2</math></p>
<p>Périmètre et aire de ce disque</p> 	<p><math>P_{\text{disque}} = 2 \pi R = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi \approx 18,8 \text{ cm}</math></p> <p><math>A_{\text{disque}} = \pi R^2 = \pi \times 3^2 = 9\pi \approx 28,3 \text{ cm}^2</math> ( Rayon = <math>6 \div 2 = 3</math>)</p>
<p>Aire de cette figure</p> 	<p><math>A_{\text{rectangle}} = 5 \times 15 = 75 \text{ cm}^2</math>    <math>A_{\text{demie cercle}} = \frac{1}{2} \times \pi \times 2,5^2 \approx 9,81</math></p> <p><math>A_{\text{triangle}} = \frac{5 \times 8}{2} = 20 \text{ cm}^2</math></p> <p><math>A_{\text{figure}} \approx 75 - 9,81 + 20 \approx 104,81 \text{ cm}^2</math></p>

### Volume

<b>Volume d'un pavé, volume d'un cube</b>	$V_{\text{pavé}} = l \times L \times h$ , $V_{\text{cube}} = a^3$ (a : côté)
<b>Volume d'un cylindre. volume d'un cône</b>	$V_{\text{cylindre}} = \pi \times R^2 \times h$ , $V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \times \pi R^2 \times h$ (R : <u>rayon</u> du cercle)
<b>Volume d'un prisme, volume d'une pyramide</b>	$V_{\text{prisme}} = B \times h$ , $V_{\text{pyramide}} = \frac{1}{3} \times B \times h$ (B = $A_{\text{base}}$ h = hauteur)
<b>Volume d'une boule</b>	$V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \pi \times R^3$
<b>Agrandissement et réduction de surfaces ou de volumes</b>	si les longueurs sont multipliées par k (k >1 : agrandissement k <1 : réduction) alors: les aires sont multipliées par k <sup>2</sup> et les volumes par k <sup>3</sup>
<p>Volume : (unité cm)</p> 	$V_{\text{pavé}} = 10 \times 3 \times 4 = 120 \text{ cm}^3$ $V_{\text{cube}} = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$ $V_{\text{cylindre}} = \pi R^2 \times h = \pi \times 1,5^2 \times 6 = 13,5\pi \approx 42,4 \text{ cm}^3$ $V_{\text{boule}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 0,5^3 = \frac{1}{6} \pi \approx 0,523 \text{ cm}^3$
<p>Volume : (unité cm)</p> 	$V_{\text{pyramide}} = \frac{1}{3} \times B \times h = \frac{1}{3} \times 8 \times 6 \times 15 = 240 \text{ cm}^3$ $V_{\text{cône}} = \frac{1}{3} \pi R^2 \times h = \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 10 = \frac{160}{3} \pi \approx 53,3 \text{ cm}^3$ $V_{\text{prisme}} = B \times h = \frac{6 \times 12}{2} \times 10 = 360 \text{ cm}^3$
Le grand cône fait 18 cm de haut et a un volume de 300 cm <sup>3</sup> . On le coupe à 8cm du sommet.	Le petit cône est une réduction de rapport $\frac{8}{18}$  Son volume est donc : $300 \times \left(\frac{8}{18}\right)^3 \approx 26,3 \text{ cm}^3$

	Volume du petit cône ?		
	Réaliser un patron de ces volumes		
	 cube		

### Conversions

<b>Conversions (masses, volumes, distances)</b>	1 km = 1000 m    1m = 100 cm    1cm = 10mm 1 kg = 1000 g    1 tonne = 1000 kg 1 litre = 1000 cm <sup>3</sup> 1m <sup>3</sup> = 1000 litres    1litre = 1 dm <sup>3</sup>
4 heures pour 57 km. Vitesse moyenne ? Temps pour 70 km si on roule à 22km/h ? 2h 30 à 64km/h.    Distance parcourue ?	$V = \frac{57}{4} = 14,25 \text{ km/h}$ . $T = \frac{70}{22} \approx 3,18h \approx 3h11min$ $D = 64 \times 2,5 = 160km$
5,3 km = ? m    ; 120m = ? km 35cm = ? m    ; 2 km = ? cm 3,7 tonnes = ? kg ; 40 gramme = ? kg	5,3 km = 5300 m                      ;                      120m = 0,12 km (÷1000) 35cm = 0,35 m (÷100) ;                      2 km = 200 000 cm 3,7 tonnes = 3700 kg                      ;                      40 grammes = 0,040 kg (÷1000)
3h25 = ? min                      1h = ? secondes 24min = ? heure                      3,1 h = 3h ? minutes	3h25 = 205 min                      1h = 3600 secondes 24min = 0,4 heure (24÷60)                      3,1 h = 3h 06 min (0,1×60)

100m en 9,5 seconde ! Vitesse moy en km/h ?	En 1 seconde : $100 \div 9,5 \approx 10,5263$ m En 1 heure : $10,5263 \times 3600 \approx 37894$ m : vitesse moyenne : 37,894 km/h
---	---